

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El estudiante debe indicar claramente en la primera página del tríptico, cuáles han sido las preguntas elegidas.

(Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar).

1) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a-3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & a & 2 \end{pmatrix}$  y  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$ , siendo  $a$  un número real cualquiera:

a) (1,25 puntos) Discuta el sistema  $AX = b$  según los valores del parámetro  $a$

b) (0,75 puntos) Resuelva el sistema cuando  $a = 1$

2) Una farmacia vende 3 tipos de mascarillas: quirúrgicas desechables, higiénicas y quirúrgicas reutilizables. El precio medio de las 3 mascarillas es de 0.90 €. Un cliente compra 30 unidades de mascarillas quirúrgicas desechables, 20 mascarillas higiénicas y 10 quirúrgicas reutilizables, debiendo abonar por todas ellas 56 €. Otro cliente compra 20 unidades de mascarillas quirúrgicas desechables y 25 unidades de mascarillas reutilizables y paga 31 €. Calcule el precio de cada tipo de mascarilla.

3) Resuelva la ecuación matricial  $XA + XA^t = B$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

4) Halle la ecuación general del plano que contiene a la recta  $r : \begin{cases} 3x + y - 4z + 1 = 0 \\ 2x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$  y es perpendicular al plano  $\pi : 2x - y + 3z - 1 = 0$

5) Calcule el siguiente límite  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{\operatorname{tg}(x)}}$ .

6) Un campo de juego quiere diseñarse de modo que la parte central sea rectangular de base  $y$  metros y altura  $x$  metros, y las partes laterales sean semicircunferencias (véase dibujo)



Su superficie se desea que sea de  $4 + \pi$  m<sup>2</sup>. Se debe pintar el perímetro y las rayas interiores de modo que la cantidad de pintura que se gaste sea mínima (es decir, su longitud total sea mínima). Halle  $x$  e  $y$  de modo que se verifique este requisito.

7) Dada la siguiente función:  $f(x) = \frac{-x^2}{2} + 2\ln(x+1)$ :

a) (0,25 puntos) Calcule el dominio de  $f(x)$ .

b) (1,75 puntos) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento

8) (2 puntos) Calcule la siguiente integral  $\int x^3 e^{x^2} dx$

- 9) En el mes de abril de 2020 se realizó una encuesta a los estudiantes de segundo de bachiller de un centro acerca de los dispositivos con los que seguían las clases online. El 80% disponía de ordenador, el 15% disponía de móvil y el 10% disponía de ambos dispositivos. Nos hemos encontrado por casualidad en la calle con un estudiante de este centro.
- a) (1,25 puntos) Halle la probabilidad de que el estudiante dispusiese de alguno de los dos dispositivos (o ambos).
- b) (0,75 puntos) Halle la probabilidad de que el estudiante no dispusiese de ninguno de los dispositivos mencionados.
- 10) (2 puntos) Un estudiante universitario de matemáticas ha comprobado que el tiempo que le cuesta llegar desde su casa a la universidad sigue una distribución normal de media 30 minutos y desviación típica 5 minutos.
- a) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que tarde menos de 40 minutos en llegar a la universidad?
- b) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que tarde entre 20 y 40 minutos?
- c) (0,5 puntos) El estudiante, un día al salir de su casa, comprueba que faltan exactamente 40 minutos para que empiece la clase ¿Cuál es la probabilidad de que llegue tarde a clase?

| k   | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

---

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### CUESTIONES GENERALES:

Como norma general se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

**1-a (1,25 pts)** Para clasificar el sistema puede usarse cualquier método. Se detalla la puntuación para la clasificación mediante el método de Rouché-Frobenius. Cálculo del determinante 0,5 pts. Estudio de casos para los cuales el sistema es compatible determinado 0,15 pts. Estudio del caso para el cual el sistema es incompatible 0,3 pts. Estudio del caso para el cual el sistema es compatible indeterminado 0,3 pts.

Por errores de cálculo leves que no simplifiquen el estudio del sistema se restará un máximo de 0,15 puntos (sea cual sea el método de resolución que se use).

**1-b (0,75 pts)** La calificación máxima se obtendrá si se da la parametrización de las infinitas soluciones que tiene el sistema

**2. (2 pts)** Planteamiento del sistema, 1 pto. Resolución del sistema, 1 pto. Errores leves de cálculo que no simplifiquen la resolución se podrán penalizar hasta con 0,3 pts.

**3. (2 pts)** Por errores de cálculo leves, se podrá penalizar hasta con 0,5 pts. el ejercicio.

**4. (2 pts)** El plano puede darse en cualquiera de sus formas, que deben valorarse por igual.

**5. (2 pts)** Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros, y la calificación debe tenerlos en cuenta. Cualquier método se considerará válido (incluida la fórmula del límite del número e).

**6. (2 pts)** Planteamiento de la función a minimizar, 1 pto. Cálculo de la derivada, 0,5 pts. Determinación del cero válido de la derivada 0,25 pts. Comprobación de que el cero de la derivada corresponde a un mínimo, 0,15 pts. Cálculo de y 0.1 pts.

**7-a. (0,25 pts)** Los pasos en el cálculo del dominio deben estar claros, y la calificación debe tenerlos en cuenta.

**7-b. (1,75 pts)** Cálculo de la derivada, 0,4 pts. Cálculo de los ceros de la derivada e indicación de si están en el dominio 0,6 pts. Establecimiento correcto de intervalos e indicación correcta de su monotonía 0,75 pts. Uno de los ceros de la derivada no está en el dominio de la función. Los estudiantes deben indicar este hecho. Si indican los intervalos incorrectamente, por no haber excluido puntos fuera del dominio, la puntuación máxima del apartado será de 1,25 puntos.

**8. (2 pts)** La no inclusión de la constante de integración en el resultado final, penalizará con 0,2 pts.

**9-a. (1,25 pts)** Planteamiento correcto de la probabilidad, 0,5 pts. Cálculo de dicha probabilidad, 0,75 pts.

**9-b. (0,75 pts)** Planteamiento 0,25 pts. Solución 0,5 pts.

**10-a. (0,75 pts)** Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,2 puntos.

**10-b. (0,75 pts)** Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,25 puntos.

**10-c. (0,5 pts)** No se asignan puntuaciones intermedias.